

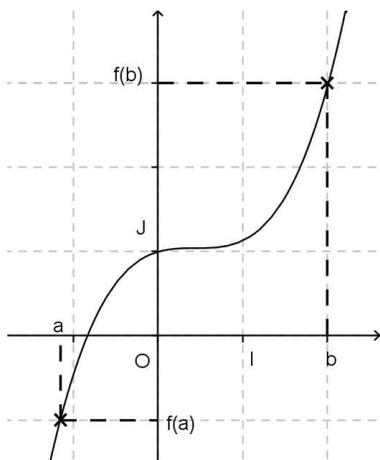
Variations de fonctions

I Variations d'une fonction

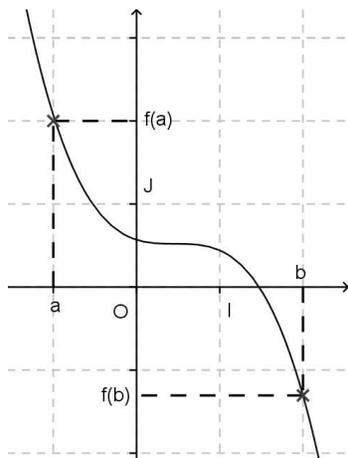
1) Sens de variation

Définition 1

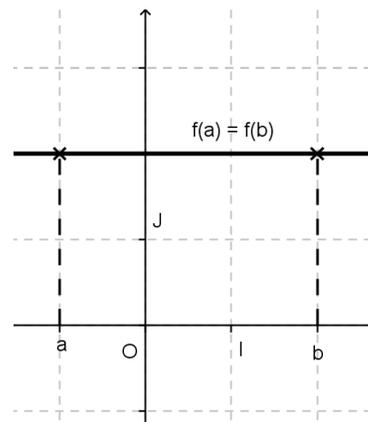
- Dire que la fonction f est **croissante** sur un intervalle I signifie que pour tous les réels a et b de l'intervalle I , on a : si $a < b$ alors $f(a) \leq f(b)$.



- Dire que la fonction f est **décroissante** sur un intervalle I signifie que pour tous les réels a et b de l'intervalle I , on a : si $a < b$ alors $f(a) \geq f(b)$.



- Dire que la fonction f est **constante** sur un intervalle I signifie que pour tous les réels a et b de l'intervalle I , il existe un réel k tel que : $f(a) = f(b) = k$.

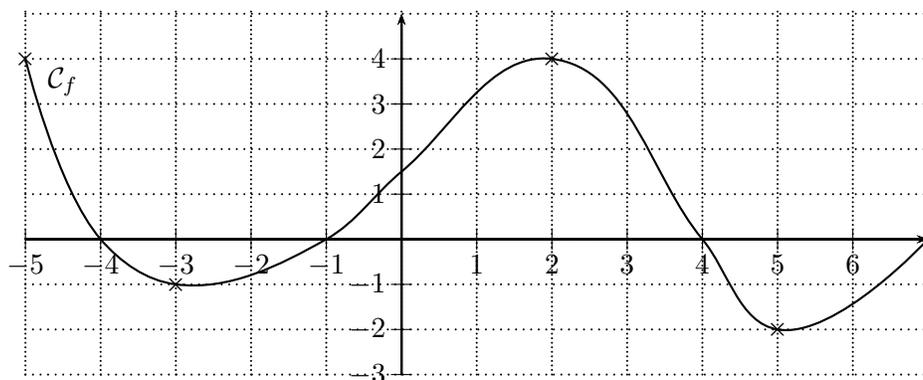


Donner les variations d'une fonction signifie préciser sur quels intervalles la fonction est **monotone**, c'est-à-dire croissante ou décroissante.

Exemple 1

Sur la courbe ci-contre, la fonction f est :

- décroissante sur et sur
- croissante sur et sur



2) Tableau de variations

On peut résumer les résultats de l'exemple précédent dans un **tableau de variations**.

Exemple 2

Le tableau de variations de la fonction f est :

x	-5	-3	2	5	7
$f(x)$	4		4		0
		↘	↗	↘	↗
		-1		-2	

3) Extremum

Définition 2

- Dire que la fonction f admet un **maximum** en M sur l'intervalle I signifie que pour tout réel x de I , on a : $f(x) \leq f(M)$.
- Dire que la fonction f admet un **minimum** en m sur l'intervalle I signifie que pour tout réel x de I , on a : $f(x) \geq f(m)$.
- La fonction f admet un **extremum** sur l'intervalle I si f admet un maximum ou un minimum sur I .

Exemple 3

Si on reprend la fonction f de l'exemple 1 :

- Le maximum de f sur $[-5; 7]$ est $M = \dots$, atteint pour $x = \dots$ et $x = \dots$.
- Le minimum de f sur $[-5; 7]$ est $m = \dots$, atteint pour $x = \dots$.

4) Tableau de signes

On réunit dans un tableau, appelé **tableau de signes**, les informations concernant le signe de la fonction f , c'est-à-dire sa position par rapport à l'axe des abscisses.

Exemple 4

Le tableau de signes de la fonction f de l'exemple 1 est :

x	-5	-4	-1	4	7
signe de $f(x)$					

II Résolution graphique d'inéquations

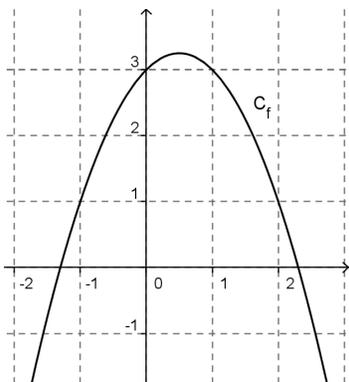
\mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g sont les courbes représentatives des fonctions f et g dans un repère.

Inéquation $f(x) > k$ (avec k réel)

Les solutions de l'inéquation $f(x) > k$ sont les abscisses des points de la courbe \mathcal{C}_f situés au-dessus de la droite d'équation $y = k$.

Exemple 5

Sur la figure ci-dessous, l'inéquation $f(x) > 1$ a pour solutions les réels de



Inéquation $f(x) > g(x)$

Les solutions de l'inéquation $f(x) > g(x)$ sont les abscisses des points de la courbe \mathcal{C}_f situés au-dessus de la courbe \mathcal{C}_g .

Exemple 6

Sur la figure ci-dessous, l'inéquation $f(x) > g(x)$ a pour solutions les réels de

